

**Vakok Egységes Gyógypedagógiai Módszertani Intézménye, Óvodája, Általános Iskolája, Szakiskolája, Készségfejlesztő Iskolája, Fejlesztő Nevelés-Oktatást Végző Iskolája, Kollégiuma és Gyermekotthona**

Helyi tanterv

Átdolgozta: Brumbauer Magdolna

# Matematika

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi és tapintható szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi, tapintható és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A vak gyermekek – hasonlóan látó társaikhoz – első matematikai tapasztalataikat közvetlen környezetükben gyűjtik, a tárgyakkal való célzott manipuláció és a szóbeli ismeretszerzés eredményeként. A súlyos fokú **látássérülés a megismerést alapvetően módosítja**, a tapasztalatszerzést korlátozza, **ezért az alapfogalmak kialakulásához szükséges közvetlen élmények csak megfelelő speciális peda**gógiai segítséggel, adekvát módszerekkel és eszközökkel biztosíthatók.

A tantárgy vizuális jellegű feladatai, speciális optikai eszközei (pl. kézi/digitális/sornagyító, olvasótelevízió stb és módszerei iskolánkban a gyengénlátó tanulók ismeretszerzését segítik. Vak és aliglátó tanulók esetében az ismeretszerzés haptikus-auditív úton történik.

**A tananyag strukturálásánál, a feldolgozás ütemezésénél figyelembe kell venni, hogy a haptikus-auditív úton, ill. az optikai segédeszközökkel történő ismeretszerzés időigényesebb, mint a többségi iskolákban zajló vizuális úton való feldolgozás. Az ismeretanyag elmélyítéséhez több gyakorlás szükséges.**

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, tapintható, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projektekben mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

**A tanulás kompetenciái:** A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

**A kommunikációs kompetenciák:** A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

**A digitális kompetenciák:** A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi, tapintható reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményezőkészség, másokkal való együttműködés készsége).

## 5–6. évfolyam

Az 5–6. évfolyam tanulásmódszertani szempontból átmenetet képez az alsó tagozat játékos, tevékenykedtető, felfedeztető módszerei és a matematika elméleti ismereteinek befogadását jelentő tanulási módszerek között. Továbbra is fontos szerepet játszik a szemléltetés, az eszközök használata. Elvárható a szerzett tapasztalatok értelmezése, rendszerezése, néhány területen az általánosítás lehetőségének felfedezése és megfogalmazása. A kezdeti, saját szavakkal történő megfogalmazásokat fokozatosan felváltja a matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések használata. Gyakorlati helyzetekben megjelenik a szakmai vita és az érvelés igénye.

Az 5–6. évfolyamon tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: *Halmazok; Matematikai logika, kombinatorika; Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek; Alapműveletek természetes számokkal; Egész számok, alapműveletek egész számokkal; Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok; Alapműveletek közönséges törtekkel; Alapműveletek tizedes törtekkel; Arányosság, százalékszámítás; Egyszerű szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése; Sorozatok; Mérés és mértékegységek; Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgeometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás*. A témák egy része nemcsak az aktuális terület megalapozását jelenti a megadott óraszámban, hanem megjelenik más fejezetekben is, az eszközrendszer folyamatos gyarapodását biztosítva. Bővül a szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása során alkalmazható modellek köre is.

A szemléltetést és a megértést a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

Az 5–6. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszáma: 272 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **Javasolt óraszám** |
| **Halmazok** | 8 |
| **Matematikai logika, kombinatorika** | 10 |
| **Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek** | 20 |
| **Alapműveletek természetes számokkal** | 16 |
| **Egész számok; alapműveletek egész számokkal** | 18 |
| **Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok** | 18 |
| **Alapműveletek közönséges törtekkel** | 18 |
| **Alapműveletek tizedes törtekkel** | 16 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 20 |
| **Egyszerű szöveges feladatok** | 20 |
| **A függvény fogalmának előkészítése** | 10 |
| **Sorozatok** | 8 |
| **Mérés és mértékegységek** | 16 |
| **Síkbeli alakzatok** | 18 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 20 |
| **Térgeometria** | 16 |
| **Leíró statisztika** | 10 |
| **Valószínűség-számítás** | 10 |
| **Összes óraszám:** | 272 |

Témakör: **Halmazok**

Javasolt óraszám: **8 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
* részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
* véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
* számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
* Halmazábra készítése
* Számhalmazok szemléltetése számegyenesen
* Részhalmazok felismerése ábráról, tapintható modell alapján
* Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

### Fogalmak

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

### **Javasolt tevékenységek**

* Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
* Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak…) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése
* Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, … elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása  
  Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra
* Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán, a tapintható halmazkarikában   
  A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
* Játék logikai készlettel

SPECIÁLIS TANESZKÖZÖK

gumiból, vesszőből készült halmazkarikák, rekeszes dobozok, adaptált logikai készlet tartóval, tapintható egységekkel ellátott számegyenes, pontírásos kártyák, domború halmazábrák

Témakör: **Matematikai logika, kombinatorika**

Javasolt óraszám: **10 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
* tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
* a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
* összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
* Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
* Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
* A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
* Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
* Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal
* Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása
* Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

### Fogalmak

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

### **Javasolt tevékenységek**

* „Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
* „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
* Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére
* „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
* „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
* Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése

SPECIÁLIS TANESZKÖZÖK

pontírásos számkártyák, GEOMAG-készlet, adaptált társasjátékok, pl.: sakk, malom, Ki nevet a végén, tapintható dobókocka, adaptált logikai készlet, tapintható dominó

Témakör: Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek

Javasolt óraszám: **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben;
* meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
* ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;
* ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
* a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba, illetve abakuszon rögzített feladatokon keresztül
* Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében
* Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M
* Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása
* 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása
* A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint

### Fogalmak

helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös

### **Javasolt tevékenységek**

* Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, … címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről
* Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?
* Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték
* „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak
* „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább

SPECIÁLIS TANESZKÖZÖK

abakusz, pontírásos pénzek és számkártyák, tapintható dominó és dobókocka

Témakör: **Alapműveletek természetes számokkal**

Javasolt óraszám: **16 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* írásban vagy abakuszon összead, kivon és szoroz;
* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban, abakuszon és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
* a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
* a fejszámoláson és az írásban vagy abakuszon végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ. Vak tanulók esetében a számológéphasználat csak 8. évfolyamon javasolt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban vagy abakuszon oszt. A hányadost megbecsüli.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
* Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban vagy abakuszon
* Írásbeli illetve abakuszos osztás algoritmusa kétjegyű természetes számmal
* Írásbeli vagy abakuszos osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban, abakuszon és géppel számolás esetén
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében
* Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### Fogalmak

összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

### **Javasolt tevékenységek**

* Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal
* Az írásbeli vagy abakuszos műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével  
  „Számalkotó” játék írásbeli és abakuszos összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
  Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
  Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

SPECIÁLIS TANESZKÖZÖK

abakusz, tapintható dobókocka, pontírásos számkártyák

Témakör: **Egész számok; alapműveletek egész számokkal**

Javasolt óraszám: **18 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban, abakuszon és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
* a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
* a fejszámoláson és az írásban vagy abakuszon végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ. Vak tanulók esetében a számológéphasználat csak 8. évfolyamon javasolt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
* ismeri az egész számokat.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet
* Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
* Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során
* Alapműveletek elvégzése az egész számok körében
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban, abakuszon és géppel számolás esetén
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
* Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### Fogalmak

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

### **Javasolt tevékenységek**

* Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal
* Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen
* Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
* Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
* Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha … ?”
* Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságodat; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
* Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
* Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

SPECIÁLIS TANESZKÖZÖK

tapintható számegyenes és hőmérő-modell, abakusz, pontírásos számkártyák, adaptált társasjátékok

Témakör: **Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok**

Javasolt óraszám: **18 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
* érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
* megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
* Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
* Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
* Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
* Számok ábrázolása számegyenesen

### Fogalmak

közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

### **Javasolt tevékenységek**

* Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése  
  Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel  
  Adott törtrészek ábrázolása törtdoboz segítségével
* Törtek összehasonlítása, rekeszes dobozok, modellek, törtdoboz alkalmazása  
  Egyenlő és különböző törtek előállítása, összehasonlítása: játék az makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival
* A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)
* Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

SPECIÁLIS TANESZKÖZÖK

abakusz, törtdoboz, rekeszes dobozok, tapintható számegyenes, pontírásos számkártyák, adaptált társasjátékok, adaptált óramodell

Témakör: **Alapműveletek közönséges törtekkel**

Javasolt óraszám: **18 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban, abakuszon és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* meghatározza konkrét számok reciprokát.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
* Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása
* Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* Kapott eredmény ellenőrzése

### Fogalmak

közös nevező, reciprok

### **Javasolt tevékenységek**

* Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell, törtdoboz, rekeszes dobozok alkalmazása alapműveletek értelmezésére  
  „21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása   
  Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása   
  Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

SPECIÁLIS TANESZKÖZÖK

törtdoboz, rekeszes dobozok, abakusz, tapintható dobókocka és dominó, abakusz

Témakör: **Alapműveletek tizedes törtekkel**

Javasolt óraszám: **16 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
* írásban vagy abakuszon összead, kivon és szoroz;
* ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban, abakuszon és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
* a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
* a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
* a fejszámoláson és az írásban vagy abakuszon végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ. Vak tanulók esetében a számológéphasználat csak 8. évfolyamon javasolt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban, abakuszon oszt. A hányadost megbecsüli.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban, abakuszon
* Tizedes törtek írásbeli, abakuszos osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
* Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
* A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban, abakuszon és géppel számolás esetén
* Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
* Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
* Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### Fogalmak

kerekítés

### **Javasolt tevékenységek**

* Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével  
  „Számalkotó” játék írásbeli vagy abakuszos összeadáshoz, kivonáshoz
* A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
* A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
* Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
  Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
  Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

SPECIÁLIS TANESZKÖZÖK

abakusz, pontírásos számkártyák

Témakör: **Arányosság, százalékszámítás**

Javasolt óraszám: **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;
* ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
* idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
* Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
* Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
* Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
* Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
* Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával
* Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben

### Fogalmak

arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

### **Javasolt tevékenységek**

* Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
* Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi, objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel  
  Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges   
  A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén
* Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a ⅔ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az ⅓ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás
* Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése

SPECIÁLIS TANESZKÖZÖK

tapintható koordináta-tábla szögekkel és gumikkal, domború függvény-ábrák, abakusz, rekeszes dobozok, adaptált méterrúd és mérőszalag, tapintható vonalzó, decipálca, beszélő mérleg, adaptált óramodell, tapintható jelekkel ellátott karóra, beszélő karóra, törtdoboz

Témakör: **Egyszerű szöveges feladatok**

Javasolt óraszám: **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold;
* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
* matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megoldását ellenőrzi.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például visszafelé gondolkodással
* Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel visszafelé gondolkodással
* A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel visszafelé gondolkodással
* A megoldás ellenőrzése
* Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

### Fogalmak

becslés, ellenőrzés

### **Javasolt tevékenységek**

* „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
* Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése törtdobozzal

SPECIÁLIS TANESZKÖZÖK

abakusz, törtdoboz

Témakör: **A függvény fogalmának előkészítése**

Javasolt óraszám: **10 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátáival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
* A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
* Tájékozódás tapintható térképen, sakktáblán és a koordináta-rendszerben
* Egyenes arányosság grafikonjának felismerése

### Fogalmak

megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

### **Javasolt tevékenységek**

* A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése   
  Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal  
  A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
* Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal bejelölése épített (pl. legoból) térképen, torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny
* „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy ábrát a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk
* Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése  
  „Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása

SPECIÁLIS TANESZKÖZÖK

domború ábrák, tapintható koordináta-tábla szögekkel és gumikkal, tapintható sakktábla figurákkal, domború térkép

Témakör: **Sorozatok**

Javasolt óraszám: **8 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* sorozatokat adott szabály alapján folytat;
* néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
* Szabálykövetés ritmusban, tapintható ábrán, rajzon, számolásban
* Sorozatok adott szabály szerinti folytatása
* Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

### Fogalmak

sorozat, számsorozat, szabály

### **Javasolt tevékenységek**

* Számok, sorminták, tapintható díszítőelemek, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
* Megkezdett ritmusgyakorlat megismétlése, tovább fűzése   
  Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása  
  „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
* A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában  
  Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal  
  A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

SPECIÁLIS TANESZKÖZÖK

tapintható ábrák, pontírásos számkártyák, abakusz

Témakör: **Mérés és mértékegységek**

Javasolt óraszám: **16 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
* egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
* Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
* Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben
* Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása
* Sokszögek területének meghatározása átdarabolással
* Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben
* Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

### Fogalmak

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

### **Javasolt tevékenységek**

* Szívószál-modellel szögtartományok kijelölése  
  Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; speciális szögmérő használata
* Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés össztérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...)  
  „Üreges testek” űrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása
* Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján  
  Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata…)  
  Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése
* Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
* Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
* Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

SPECIÁLIS ESZKÖZÖK

szögmodell, tapintható jelekkel ellátott szögmérő, adaptált méterrúd és mérőszalag, tapintható vonalzó, decipálca, beszélő mérleg, adaptált óramodell, tapintható jelekkel ellátott karóra, beszélő karóra, domború egységnégyzetekkel beborított téglalap és négyzet, négyzetméter-tábla, GEOMAG-készlet, ESZTe-készlet, domború ábrák, tapintható síkidomok

Témakör: **Síkbeli alakzatok**

Javasolt óraszám: **18 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
* ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
* ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
* ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján halmazokba rendezi azokat
* a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
* ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban
* ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
* ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint;
* felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
* Síkbeli tapintható görbék közül a kör kiválasztása
* Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
* Síkbeli tapintható alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
* Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség
* Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete
* Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint
* Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

### Fogalmak

síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet

### **Javasolt tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
* Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása  
  Szívószálból, hurkapálcából, lyukas táblán, GEOMAG-készlettel háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)
* Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése
* Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
* Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
* Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása, előállításuk lyukas táblán és GEOMAG-készlettel

SPECIÁLIS TANESZKÖZÖK

Témakör: **Transzformációk, szerkesztések**

Javasolt óraszám: **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
* ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
* felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
* felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
* a gyengénlátó tanuló a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
* ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, szöget másol.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
* Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
* Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása
* Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
* Alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése vagy előállítása lyukas táblán
* Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, szögfelezés, szögmásolás
* Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése gyengénlátók esetén
* Néhány adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése vagy elkészítése lyukas táblán

### Fogalmak

szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes

### **Javasolt tevékenységek**

* Saját eszközök mozgatása a padon
* Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, lyukas tábla, digitális eszköz segítségével
* Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, épület vagy épület-modell egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása
* Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (speciális körző, egyélű vonalzó)

Témakör: **Térgeometria**

Javasolt óraszám: **16 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját felismeri
* testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók, instrukciók alapján;
* ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
* ismeri a gömb tulajdonságait;
* a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
* Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
* Testek közül gömb kiválasztása
* Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók, instrukciók alapján
* Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése gyengénlátó tanulók esetén

### Fogalmak

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

### **Javasolt tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
* Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
* Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
* Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból, GEOMAG-készletből (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése
* Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben

Témakör: **Leíró statisztika**

Javasolt óraszám: **10 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* a gyengénlátó tanuló értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
* adatokat táblázatba rendez, a gyengénlátó tanuló diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
* megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, a gyengénlátó tanuló leolvas hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
* konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása gyengénlátó tanuló esetén (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)
* A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán gyengénlátó tanuló esetén
* A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása gyengénlátó tanuló esetén hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén
* Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján gyengénlátó tanuló esetén
* Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
* Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

### Fogalmak

adat, diagram, átlag

### **Javasolt tevékenységek**

* Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
* Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

Témakör: **Valószínűség-számítás**

Javasolt óraszám: **10 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és gyengénlátó tanuló esetén ábrázolja digitálisan is;
* valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
* ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
* Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
* A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

### Fogalmak

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos ” esemény; „lehetetlen” esemény

### **Javasolt tevékenységek**

* Játék dobókockákkal, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes vagy tapintásra eltérő tárgyakkal
* Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
* 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
* „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
* „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

## 7–8. évfolyam

A 7–8. évfolyamon nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7–8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: ***Halmazok, számhalmazok****;* ***Matematikai logika, kombinatorika, gráfok****;* ***Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök****;* ***Arányosság, százalékszámítás****;* ***Szöveges feladatok előkészítése****;* ***Szöveges feladatok****;* ***A függvény fogalmának előkészítése****;* ***Síkbeli alakzatok****;* ***Transzformációk, szerkesztések****;* ***Térgeometria;******Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.*** Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

A 7–8. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszáma: 204 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb diák számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **Javasolt óraszám** |
| **Halmazok, számhalmazok** | 12 |
| **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok** | 18 |
| **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök** | 18 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 22 |
| **Szöveges feladatok előkészítése** | 16 |
| **Szöveges feladatok** | 22 |
| **A függvény fogalmának előkészítése** | 12 |
| **Síkbeli alakzatok** | 20 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 20 |
| **Térgeometria** | 20 |
| **Leíró statisztika** | 12 |
| **Valószínűség-számítás** | 12 |
| **Összes óraszám:** | 204 |

Témakör: **Halmazok, számhalmazok**

Javasolt óraszám: **12 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
* részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
* számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
* véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
* ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Halmazokba rendezés több szempont szerint
* Halmazábra készítése gyengénlátó tanulók esetén
* Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
* Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
* Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
* Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése gyengénlátó tanulók esetén
* Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
* Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

### Fogalmak

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

### **Javasolt tevékenységek**

* Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
* Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
* Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, … elemű részhalmazok képzése  
  Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása  
  Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például A={paralelogrammák} halmaz részhalmaza B={rombuszok}, nem részhalmaza C={deltoidok}
* Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók  
  Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
* A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
* Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
* Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése

**Speciális taneszközök:** pontírógép, tapintható halmazkarikák, adaptált logikai készlet, tapintható számegyenes, domború ábragyűjtemény

Témakör: **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok**

Javasolt óraszám: **18 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
* tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
* a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
* összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
* megismeri a gráf fogalmát
* konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével gyengénlátó tanulók esetén

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
* A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
* Egyszerű stratégiai és logikai játékok
* Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
* Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, szisztematikus felsorolás
* a gráf bemutatása, szemléltetése tapintható eszközzel, domború ábrán
* Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére gyengénlátó tanulók esetén

### Fogalmak

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

### **Javasolt tevékenységek**

* táblás játékok
* Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
* Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
* Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása gyengénlátó tanulók esetén
* Lehetséges útvonalak előállítása, összeszámlálása
* Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
* Számkártyás feladatok megoldása
* Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére gyengénlátó tanulók esetén

**Speciális taneszközök**: pontírógép, adaptált táblás játékok, LEGO-készlet, GEOMAG-készlet, tapintható ábrák, pontíráros számkártyák

Témakör: **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök**

Javasolt óraszám: **18 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben;
* meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
* pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
* négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
* Összetett számok prímtényezős felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
* Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
* Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényezős felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
* Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása

### Fogalmak

prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke

### **Javasolt tevékenységek**

* Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
* Prímtényezős felbontás kirakása színes rudakkal
* Prímtényezős felbontás algoritmusának megmutatása
* „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
* Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezőkkel
* Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
* Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
* Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
* Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám

**Speciális taneszközök:** pontírógép, domború ábragyűjtemény, tapintható egységnégyzetekkel borított négyszögek, tapintható síkidomok, Eszte-készlet

Témakör: **Arányosság, százalékszámítás**

Javasolt óraszám: **22 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
* idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
* Egyenes arányosság grafikonjának előállítása
* Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
* Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
* Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
* A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
* Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

### Fogalmak

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

### **Javasolt tevékenységek**

* Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
* A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
* Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
* Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
* Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
* Projektmunka, például összejövetel, jótékonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
* Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel   
  Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
* A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
* Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

**Speciális taneszközök:** pontírógép, speciális koordináta-tábla szögekkel, gumigyűrűkkel, domború ábragyűjtemény, törtdoboz, tapintható egységnégyzetekkel borított négyszögek, tapintható síkidomok, négyzetméter-tábla, Eszte-készlet

Témakör: **Szöveges feladatok előkészítése**

Javasolt minimum óraszám: **16 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
* egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
* egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
* Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
* Helyettesítési érték számolása
* Egytagú kifejezések számmal való szorzása
* Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
* Két tagból közös számtényező kiemelése
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel

### Fogalmak

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

### **Javasolt tevékenységek**

* Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
* Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása
* Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása
* „Dominó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
* „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása
* Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

**Speciális taneszközök**: pontírógép, számítógép képernyőolvasó programmal, tapintható dominó

Témakör: **Szöveges feladatok**

Javasolt óraszám: **22 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
* gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például visszafelé gondolkodás, táblázat, betűs kifejezések felírása és szabadkézi vázlatrajz, szakaszos ábrázolás gyengénlátó tanulók esetén)
* Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
* Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
* Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
* Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

### Fogalmak

ellenőrzés

### **Javasolt tevékenységek**

* Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában
* Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;  
  A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;  
  Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

**Speciális taneszközök**: pontírógép, számítógép képernyőolvasó programmal,

Témakör: **A függvény fogalmának előkészítése**

Javasolt óraszám: **12 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
* felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
* értéktáblázatok adatait grafikusan ábrázolja;
* egyszerű grafikonokat jellemez.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
* Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
* Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
* Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
* Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
* Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

### Fogalmak

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

### **Javasolt tevékenységek**

* A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
* Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
* A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
* Gyengénlátó tanulók esetén grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
* Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
* Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

**Speciális taneszközök**: pontírógép, speciális koordináta-tábla szögekkel, gumigyűrűkkel, domború ábragyűjtemény, számítógép, hangos függvények gyűjteménye (VISIO)

Témakör: **Síkbeli alakzatok**

Javasolt óraszám: **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
* ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
* ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, gyengénlátó tanuló ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
* a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
* meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
* ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
* ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Háromszögek külső szögeinek összege
* Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
* A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk;
* Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása átdarabolással és tanult összefüggéssel
* Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
* Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

### Fogalmak

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

### **Javasolt tevékenységek**

* Gyengénlátó tanulók esetén párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
* Papír négyszögek hajtogatásával, modellezéssel, gyengénlátó tanulók esetén síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, gyengénlátó tanulók esetén halmazábra készítése
* Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
* Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
* Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
* Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
* Derékszög kijelölése csomós kötéllel
* Pitagoraszi számhármasok keresése
* Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren

**Speciális taneszközök**: pontírógép, speciális koordináta-tábla szögekkel, gumigyűrűkkel, domború ábragyűjtemény, speciális rajzeszköz-készlet, pontozó, tapintható síkidomok, hurkapálca, szívószál, törtdoboz, tapintható jelekkel ellátott vonalzó,

Témakör: **Transzformációk, szerkesztések**

Javasolt óraszám: **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megszerkeszti vagy modellezi alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
* geometriai ismereteinek felhasználásával szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
* felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
* gyengénlátó tanulók esetén: ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása vagy modellezése
* Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
* Alakzatok középpontos tükörképének megszerkesztése vagy modellezése
* gyengénlátó tanulók esetén szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
* Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
* gyengénlátó tanulók esetén dinamikus geometriai szoftver használata

### Fogalmak

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

### **Javasolt tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
* gyengénlátó tanulók esetén középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
* Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
* Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, gyengénlátó tanulók esetén tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
* gyengénlátó tanulók esetén szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

**Speciális taneszközök**: pontírógép, speciális koordináta-tábla szögekkel, gumigyűrűkkel, domború ábragyűjtemény, speciális rajzeszköz-készlet, pontozó, tapintható síkidomok, hurkapálca, szívószál, domború térképek, tapintható alaprajzok, LEGO-készlet

Témakör: **Térgeometria**

Javasolt óraszám: **20 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját felismeri; gyengénlátó tanuló elkészíti
* testeket épít instrukciók illetve gyengénlátó tanulók esetén képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
* ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
* egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
* ismeri a gömb tulajdonságait;
* a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
* Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
* Testek építése instrukciók illetve gyengénlátó tanulók esetén képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
* Testek hálójának felismerése gyengénlátó tanulók esetén elkészítése
* A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
* A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
* Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

### Fogalmak

hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

### **Javasolt tevékenységek**

* Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
* Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
* Egyéni munkában építmények, gyengénlátó tanulók esetén rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
* A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján
* Földgömb bemutatása matematikai szempontból  
  Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
* Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
* Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

**Speciális taneszközök**: pontírógép, tapintható és tapintható testhálójú testek gyűjteménye, tapintható földgömb, tapintható jelekkel ellátott vonalzó, Eszte-készlet

Témakör: **Leíró statisztika**

Javasolt óraszám: **12 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* értelmezi a táblázatok adatait, gyengénlátó tanulók esetén az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
* adatokat táblázatba rendez, gyengénlátó tanulók esetén diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
* gyengénlátó tanulók esetén különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
* megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
* konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
* Adatok táblázatba rendezése, gyengénlátó tanulók esetén ábrázolása diagramon
* Gyengénlátó tanulók esetén különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
* Adatok gyűjtése táblázatból, gyengénlátó tanulók esetén leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
* Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
* Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
* Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
* Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

### Fogalmak

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

### **Javasolt tevékenységek**

* Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
* Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
* Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

**Speciális taneszközök:** pontírógép, számítógép képernyőolvasó programmal, törtdoboz, speciális koordináta-tábla szögekkel, gumigyűrűkkel, domború ábrák, hangos függvények gyűjteménye (VISIO)

Témakör: **Valószínűség-számítás**

Javasolt óraszám: **12 óra**

### **Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és gyengénlátó tanulók esetén ábrázolja digitálisan is;
* valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
* ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

### **Fejlesztési feladatok és ismeretek**

* Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és gyengénlátó tanulók esetén ábrázolása digitálisan is
* Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
* Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
* A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

### Fogalmak

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

### **Javasolt tevékenységek**

* Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
* Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
* Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
* Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
* 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
* „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít  
  „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről

**Speciális taneszközök**: pontírógép, számítógép képernyőolvasó programmal, pontírású számkártyák, tapintható dobókockák, adaptált társasjátékok, hangos függvények gyűjteménye (VISIO)